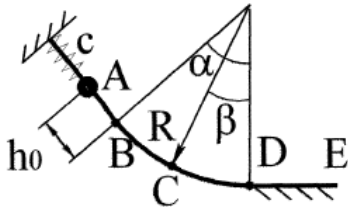


## Задача ДЗ

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, изогнут таким образом, что состоит из двух прямолинейных участков и дуги окружности радиусом  $R$ . По стержню как по направляющей движется шарик массой  $m$ . Шарик начинает двигаться из точки А.

Определить:

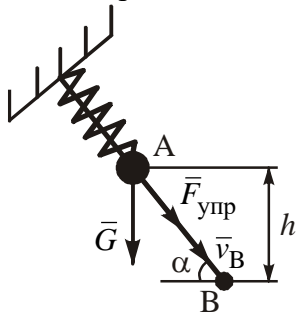
- а) скорость шарика в точках В, С, D и реакцию стержня в точке С;  
б)  $S$  – путь, пройденный шариком до остановки.



Вариант												
0			3		0		4					
$m$ , кг	$R$ , м	$\beta$ , град	$c$ , Н/см	$f$	$v_A$ , м/с	$\alpha$ , град	$\tau$ , с	$h_0$ , см	№ схемы	Шероховатый участок	Определить	
0,1	0,8	10	1,4	0,05	20	45	-	15	4	DE	$S$	

## Решение.

1. Рассмотрим движение материальной точки на участке АВ.



Определим скорость в точке В.

Заданные силы:  $F_{\text{упр}}$ ,  $G = mg$ .

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \Sigma A.$$

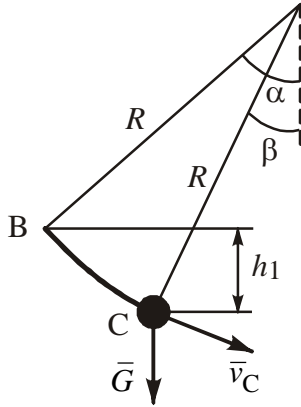
$$\Sigma A = A_{F_{\text{упр}}} + A_G = \frac{ch_0^2}{2} + Gh = \frac{ch_0^2}{2} + Gh_0 \sin \alpha,$$

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \frac{ch_0^2}{2} + mgh_0 \sin \alpha.$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{m} \left( \frac{ch_0^2}{2} + mgh_0 \sin \alpha + \frac{mv_A^2}{2} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{0,1} \left( \frac{140 \cdot 0,15^2}{2} + 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,15 \cdot \sin 45^\circ + \frac{0,1 \cdot 20^2}{2} \right)} = 20,82 \text{ м/с.}$$

2. Рассмотрим движение материальной точки на участке ВС.



Определим скорость в точке С.

Заданные силы:  $G = mg$ .

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = \Sigma A.$$

$$\Sigma A = Gh_1 = mg(R \cos \beta - R \cos \alpha) = mgR(\cos \beta - \cos \alpha),$$

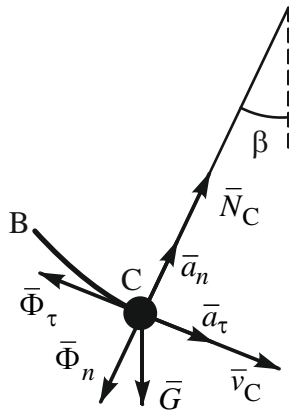
$$\frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = mgR(\cos \beta - \cos \alpha).$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2}{m} \left( mgR(\cos \beta - \cos \alpha) + \frac{mv_B^2}{2} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{0,1} \cdot \left( 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,8 \cdot (\cos 10^\circ - \cos 45^\circ) + \frac{0,1 \cdot 20,82^2}{2} \right)} = 20,92 \text{ м/с}.$$

3. Определим давление шарика на стержень в точке С.

По принципу Даламбера: фиктивные силы инерции  $\{\bar{\Phi}_n, \bar{\Phi}_\tau\}$ .



Система сил уравновешена:  $(\bar{G}, \bar{N}_C, \bar{\Phi}_n, \bar{\Phi}_\tau) \sim 0$ ,

Уравнение равновесия в проекции на нормаль:

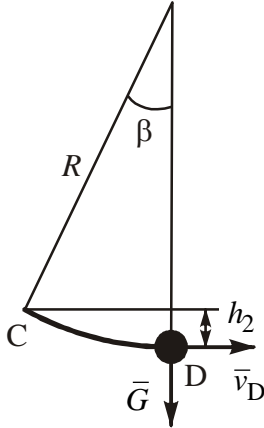
$$\Sigma F_{kn} = 0 : N_C - G \cos \beta - \Phi_n = 0.$$

$$N_C = G \cos \beta + \Phi_n,$$

$$\Phi_n = ma_n = m \frac{v_C^2}{R},$$

$$N_C = mg \cos \beta + \frac{mv_C^2}{R} = 0,1 \cdot 9,8 \cdot \cos 10^\circ + \frac{0,1 \cdot 20,92^2}{0,8} = 55,67 \text{ Н}.$$

4. Рассмотрим движение материальной точки на участке CD.



Определим скорость в точке D.

Заданные силы:  $G = mg$ .

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\frac{mv_D^2}{2} - \frac{mv_C^2}{2} = \Sigma A.$$

$$\Sigma A = Gh_2 = mg(R - R \cos \beta) = mgR(1 - \cos \beta),$$

$$\frac{mv_D^2}{2} - \frac{mv_C^2}{2} = mgR(1 - \cos \beta).$$

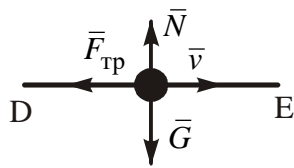
$$v_D = \sqrt{\frac{2}{m} \left( mgR(1 - \cos \beta) + \frac{mv_C^2}{2} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{0,1} \cdot \left( 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,8 \cdot (1 - \cos 10^\circ) + \frac{0,1 \cdot 20,92^2}{2} \right)} = 20,93 \text{ м/с}$$

5. Рассмотрим движение шарика на участке DE.

Определим расстояние  $S$ , пройденное шариком до остановки в точке E.

$$S = h_0 + \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} + DE.$$



Заданные силы:  $G = mg$ ,  $N = G$ ,  $F_{\text{тр}} = fN = fmg$ .

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\frac{mv_E^2}{2} - \frac{mv_D^2}{2} = \Sigma A,$$

$$v_E = 0,$$

$$\Sigma A = A_{F_{\text{тр}}} = -fmg \cdot DE,$$

$$\frac{mv_D^2}{2} = fmg \cdot DE,$$

$$DE = \frac{v_D^2}{2fg} = \frac{20,93^2}{2 \cdot 0,05 \cdot 9,8} = 447 \text{ м.}$$

$$S = 0,15 + \frac{\pi \cdot 0,8 \cdot 45^\circ}{180} + 447 = 447,78 \text{ м.}$$

**Ответ:**

$v_B = 20,82 \text{ м/с}$ ,  $v_C = 20,92 \text{ м/с}$ ,  $v_D = 20,93 \text{ м/с}$ ,  $N_C = 55,67 \text{ Н}$ ,  $S = 447,78 \text{ м}$ .